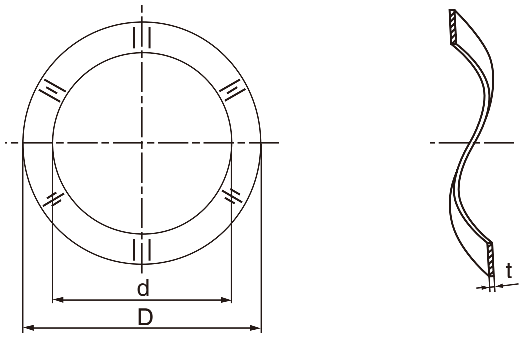
圧縮ばねの諸計算（参考）

1 ウェーブワッシャーの荷重・応力計算

図1　ウェーブワッシャー



荷 重

$$P = \frac{16Ebt^3N^4\delta}{\pi^3 D_m{}^3} \quad (1)$$

応 力

$$S = \frac{0.75\pi P D_m}{bt^2N^2} \quad (2)$$

- P ：荷重（N）
- S ：応力（N/mm²）
- D ：外径（mm）
- d ：内径（mm）
- D_m：平均直径(mm)〔=(D+d)/2〕
- b ：リム幅（mm)〔=(D−d)/2〕
- t ：板厚（mm）
- N ：波数
- δ ：たわみ量（mm）
- E ：縦弾性係数（N/mm²）（表1）
- π ：円周率

表1　主な材料の縦弾性係数（E）

材　料	縦弾性係数（N/mm²）
ばね用鋼	206000
ばね用ステンレス鋼	181000

設計時の参考

荷重を大きく変化させたい場合	板厚・波数を調整してください。荷重は板厚の調整では3乗、波数の調整では4乗に比例します。（但し、波数を多くするとへたりやすくなるため、基本3山でお考えください。）
荷重を小さく変化させたい場合	内外径（リム幅）、たわみ量を調整してください。荷重はリム幅に比例します。

注意点

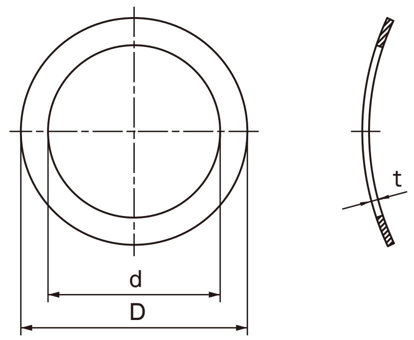
たわみと荷重の計算式について計算値と実測値には差が生じます。
これは、計算式では外内径等諸条件を代入すると、たわみと荷重の一次方程式となり、グラフに示すと直線になります。
これに対し実際の荷重曲線は単純な直線になることは無く、曲線となるためです。

圧縮ばねの諸計算(参考)

OCHIAI OF INDUSTRIAL FASTENERS

2　曲げワッシャーの荷重・応力計算

図1　曲げワッシャー



荷 重

$$P = \frac{4K_1Et^3\delta}{D^2} \quad (1)$$

応 力

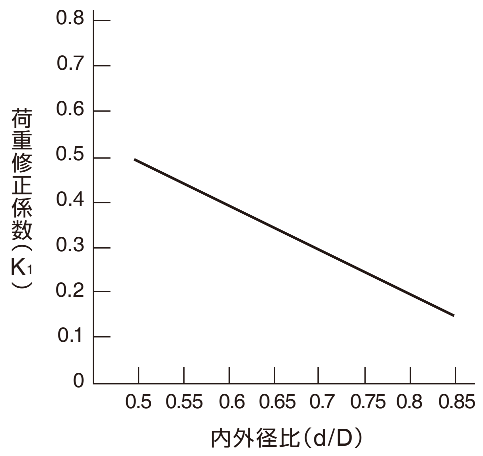
$$S = \frac{1.5P}{K_1t^2} \quad (2)$$

P ：荷重 (N)
S ：応力 (N/mm²)
D ：外径 (mm)
d ：内径 (mm)
t ：板厚 (mm)
δ ：たわみ量 (mm)
E ：縦弾性係数 (N/mm²) (表1)
K_1：荷重修正係数〔=1−d/D〕(図2)

表1　主な材料の縦弾性係数(E)

材　料	縦弾性係数(N/mm²)
ばね用鋼	206000
ばね用ステンレス鋼	181000

図2



注意点

たわみと荷重の計算式について計算値と実測値には差が生じます。
これは、計算式では外内径等諸条件を代入すると、たわみと荷重の一次方程式となり、グラフに示すと直線になります。
これに対し実際の荷重曲線は単純な直線になることは無く、曲線となるためです。

3　皿ばねの荷重・応力計算

(参考資料：JIS B 2706)

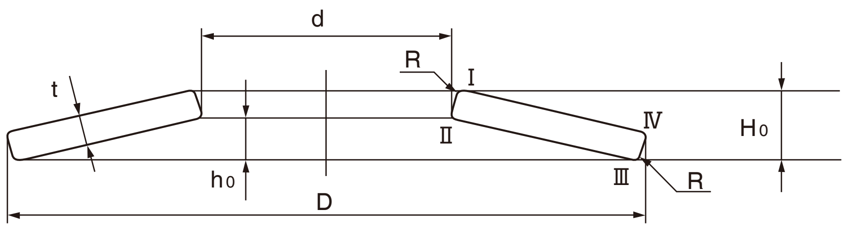


図3　皿ばね

D ：外径 (mm)
d ：内径 (mm)
t ：板厚 (mm)
H_0：自由高さ(mm)
h_0：全たわみ量(H_0-t)(mm)
E ：縦弾性係数 (N/mm²) (表1)
ν ：材料のポアソン比(0.3)
P ：荷重 (N)
δ ：たわみ量 (mm)
k ：ばね定数 (N/mm)
R ：角部の面取り半径 (mm)
σⅠ：位置Ⅰの応力 (N/mm²)
σⅡ：位置Ⅱの応力 (N/mm²)
σⅢ：位置Ⅲの応力 (N/mm²)
σⅣ：位置Ⅳの応力 (N/mm²)

計算に使用する係数については次の通りになります。

$$\alpha = \frac{D}{d}$$

$$C_1 = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{\left(\frac{\alpha-1}{\alpha}\right)^2}{\frac{\alpha+1}{\alpha-1}-\frac{2}{\ln\alpha}}$$

$$C_2 = \frac{1}{\pi}\cdot\frac{6}{\ln\alpha}\cdot\left(\frac{\alpha-1}{\ln\alpha}-1\right)$$

$$C_3 = \frac{3}{\pi}\cdot\frac{\alpha-1}{\ln\alpha}$$

荷重Pは角部のR面取りを考慮した補正項$\left(\frac{D-d}{(D-d)-3R}\right)$をいれ、次の式となります。

$$P = \frac{D-d}{(D-d)-3R}\cdot\frac{4E}{1-\nu^2}\cdot\frac{t^3}{C_1D^2}\cdot\delta\cdot\left[\left(\frac{h_0}{t}-\frac{\delta}{t}\right)\cdot\left(\frac{h_0}{t}-\frac{\delta}{2t}\right)+1\right]$$

図に示す位置Ⅰ, Ⅱ, Ⅲ, Ⅳの応力は以下の式で求めることが出来ます。
正の場合は引張応力を、負の場合には、圧縮応力を示します。

$$\sigma_{\mathrm{I}} = \frac{4E}{1-\nu^2}\cdot\frac{t}{C_1D^2}\cdot\delta\cdot\left[-C_2\cdot\left(\frac{h_0}{t}-\frac{\delta}{2t}\right)-C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{II}} = \frac{4E}{1-\nu^2}\cdot\frac{t}{C_1D^2}\cdot\delta\cdot\left[-C_2\cdot\left(\frac{h_0}{t}-\frac{\delta}{2t}\right)-C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{III}} = \frac{4E}{1-\nu^2}\cdot\frac{t}{\alpha C_1D^2}\cdot\delta\cdot\left[(2C_3-C_2)\cdot\left(\frac{h_0}{t}-\frac{\delta}{2t}\right)+C_3\right]$$

$$\sigma_{\mathrm{IV}} = \frac{4E}{1-\nu^2}\cdot\frac{t}{\alpha C_1D^2}\cdot\delta\cdot\left[(2C_3-C_2)\cdot\left(\frac{h_0}{t}-\frac{\delta}{2t}\right)-C_3\right]$$

ばねのばね定数は、非線形であるので以下の式を用いて求めることが出来ます。

$$k = \frac{dP}{d\delta} = \frac{D-d}{(D-d)-3R}\cdot\frac{4E}{1-\nu^2}\cdot\frac{t^3}{C_1D^2}\cdot\left[\left(\frac{h_0}{t}\right)^2-3\frac{h_0}{t}\cdot\frac{\delta}{t}+\frac{3}{2}\left(\frac{\delta}{t}\right)^2+1\right]$$